

CISZTERCI REND NAGY LAJOS GIMNÁZIUMA  
ÉS KOLLÉGIUMA

HELYI TANTERV

Német/angol emelt óraszámú osztály

PÉCS  
2023



- I. A KERETTANTERVI HIVATKOZÁS  
110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról  
NAT 2020-hoz illeszkedő tartalmi szabályozók  
[https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020\\_nat](https://www.oktatas.hu/koznevelas/kerettantervek/2020_nat)
- II. ÉRVÉNYESSÉG KEZDETE: 2020. szeptember 01.
- III. A TANTÁRGY ÓRAKERETE:

Évfolyam	Heti óraszám
9. évfolyam	4
10. évfolyam	4
11. évfolyam	3
12. évfolyam	4

- IV. A TANTÁRGGYAL KAPCSOLATOS PEDAGÓGIAI SZERVEZÉSI MEGJEGYZÉSEK  
A matematika tantárgyat minden évfolyamon csoportbontásban valósítjuk meg.
- V. A TANULÓ ÉRTÉKELÉSE  
Pedagógiai program kiegészítése tartalmazza.
- VI. A TANESZKÖZÖK KIVÁLASZTÁSÁNAK ELVEI  
Hivatalos tankönyvjegyzékben szereplő tankönyvek.
- VII. ÉRETTSÉGI VIZSGA  
Közép és emelt szintű érettségire történő felkészítés is történik a matematika tantárgy keretein belül. 10. évfolyam végén a tanulók választhatnak az emelt és a középszintű érettségi felkészítés között.
- VIII. TANTÁRGYI RÉSZ

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget,

a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének képességét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális

kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőképeség, másokkal való együttműködés készsége).

A hat évfolyamos gimnáziumi képzésben a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett egyre inkább megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye. Felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A 7–8. évfolyamon a tanítás fő módszere a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanuló konkrét helyzetek megoldására modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A 9. évfolyamtól kezdődően hangsúlyosabbá válik a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának fejlesztése. A spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethők. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. A bizonyítások, indoklások önálló felfedezése fejleszti a tanulók érvelési képességét, mérlegelő gondolkodását. Néhány tétel bizonyítása elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. A tanulók megtapasztalják a matematika alkalmazhatóságát, hasznosságát.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését a matematika iránt.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

## A . 9 – 10 . É V F O L Y A M

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

**A 9–10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja tagozatonként más. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.**

**A 9-10. évfolyamos témakörök áttekintő táblázata:**

## ANGOL ÉS NÉMET IDEGEN NYELV

Témakör neve	Javasolt óraszám
<b>Halmazok</b>	<b>14</b>
<b>Matematikai logika</b>	<b>14</b>
<b>Kombinatorika, gráfok</b>	<b>17</b>
<b>Számhalmazok, műveletek</b>	<b>11</b>
<b>Hatvány, gyök</b>	<b>20</b>
<b>Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvénytábrázolás során</b>	<b>14</b>
<b>Arányosság, százalékszámítás</b>	<b>17</b>
<b>Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</b>	<b>25</b>
<b>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek</b>	<b>17</b>
<b>A függvény fogalma, függvénytulajdonságok</b>	<b>23</b>
<b>Geometriai alapismeretek</b>	<b>11</b>
<b>Háromszögek</b>	<b>23</b>
<b>Négyszögek, sokszögek</b>	<b>14</b>
<b>A kör és részei</b>	<b>14</b>
<b>Transzformációk, szerkesztések</b>	<b>28</b>
<b>Leíró statisztika</b>	<b>14</b>
<b>Valószínűség-számítás</b>	<b>12</b>
<b>Összes óraszám:</b>	<b>288</b>

## **Témakör: Halmazok**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;

véges halmazok elemszámát meghatározza;

alkalmazza a logikai szita elvét.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;

halmazokat különböző módokon megad;

halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben

Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával

Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése

Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése

Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével

Szemléletes kép végtelen halmazokról

### **Fogalmak**

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása

Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása

A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján

Barkochba játék

A „végtelen szálloda” mint modell

Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

## **Témakör: Matematikai logika**



## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;  
megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;  
tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;  
alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;  
ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;  
megfogalmazza adott állítás megfordítását;  
helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

A matematikai bizonyítás fogalma

Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)

Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban

A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban

A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben

Adott állítás megfordításának megfogalmazása

„Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása

Stratégiai és logikai játékok

## Fogalmak

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

„Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására  
„Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában

Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”

Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok

Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

## Témakör: Kombinatorika, gráfok

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;  
megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;  
konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;  
véges halmazok elemszámát meghatározza;  
alkalmazza a logikai szita elvét.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban

Esetszékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában

Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában

Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

## **Fogalmak**

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszékválasztási elv alkalmazásával

Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására

Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal

Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása

Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása

Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása

Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal

Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

## **Témakör: Számhalmazok, műveletek**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;

ismer példákat irracionális számokra.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;

racióális számokat tizedes tört és közönséges tört alakban is felír;

ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;

ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;

a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;

valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata

Tizedes törtek átírása közönséges tört alakba és viszont

Irracionális számok szemléltetése

Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen

Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása

Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása

Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése

Valós számok adott jegyre kerekítése

Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

## **Fogalmak**

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek

Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel

Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával

Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről

A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása

Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

## **Témakör: Hatvány, gyök**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;

ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;

ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;

ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre

Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre

A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése

A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén

Számok normálalakja  
Számolás normálalak segítségével  
A négyzetgyök definíciója  
Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével  
A négyzetgyökvonás azonosságai

## **Fogalmak**

hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécepapírral  
Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóság tartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

## **Témakör: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;

ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;

átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa

Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során

Az  $(a + b)^2$ , az  $(a - b)^2$  és az  $(a + b)(a - b)$  kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)

Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel

Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

## **Fogalmak**

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

„Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata

Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése

A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése

Számolási „tűkkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének,  $99 \cdot 101$  típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

## **Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése

Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)

Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárokra a mindennapi életből

Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

### **Fogalmak**

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével

Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

## **Témakör: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;

felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;

egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;  
megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvvel és grafikusan

Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan

Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

### **Fogalmak**

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából

Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata

Nyílt végű problémák megoldása

Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

### **Témakör: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;

felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;

egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal

Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán

Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása

Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán

Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása

$$\sqrt{x+c}=ax+b$$

## **Fogalmak**

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve

Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során

Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

## **Témakör: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;

adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;

adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;  
táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;  
a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű,  
kölsönösen egyértelmű

Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete

Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése

Függvények ábrázolása táblázat alapján

Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák  
megoldására

A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának,  
maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása

Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró  
függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai

Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása:  $f(x) + c$ ,  $f(x - c)$ ,  
 $c \cdot f(x)$ ,  $|f(x)|$

Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján

Egyszerű függvények esetén az  $f(x) = c$  alapján  $x$  meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati  
problémák megoldása során

Kölsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

## Fogalmak

egyértelmű hozzárendelés, kölsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány,  
képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos  
grafikonok elemzése csoportmunkában

Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért  
adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)

A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő  
grafikon az iskolába való eljutásról)

Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-  
feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető  
maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése

Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével

Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával

Szöveges feladatok megoldása grafikus úton

Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális  
eszköz segítségével

## Témakör: Geometriai alapismeretek



## TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;

felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;

ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;

ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban

Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása

Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek

A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete

Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata

Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

## Fogalmak

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése

Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése

Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

## Témakör: Háromszögek

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát; kiszámítja háromszögek területét.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;

ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;

ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint

Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között

Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög

A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör

Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása

A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása

A Pitagorasz-tétel bizonyítása

Háromszög területének kiszámítása

### **Fogalmak**

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában

Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában

A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

### **Témakör: Négyszögek, sokszögek**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;

átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása

Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása

Szabályos sokszög fogalmának ismerete

Szabályos sokszög területe átdarabolással

### **Fogalmak**

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással

A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

### **Témakör: A kör és részei**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat.

Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;

ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;

ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével

Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak

A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása

A Thalész-tétel bizonyítása

## **Fogalmak**

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása

A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

## **Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;

ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;

alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;

ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismer példákat geometriai transzformációkra;

ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;

ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;

megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoljtát hagyományosan és digitális eszközzel;

geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)

A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik

A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével

Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása

Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel

Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban

Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában

Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása

Négyszögek egybevágósága

Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió

Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)

A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai  
A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában  
Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

## **Fogalmak**

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés

A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja

M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása

A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével

A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában

Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában

Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

## **Témakör: Leíró statisztika**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;

hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;

felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése

Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel

A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések

Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel

Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont

Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

## **Fogalmak**

oszlopdigram, kördiagram, átlag, medián, módusz

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése

A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában

Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel

Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért

Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében

Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján

Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

## **Témakör: Valószínűség-számítás**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;

véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése

A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon

A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása

Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

## **Fogalmak**

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmével); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére

Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása

Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján

Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

## B . 1 1 – 1 2 . É V F O L Y A M

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

**A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámát tagozatonként és emelt szint is különböző. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.**



A 11-12. évfolyamos témakörök áttekintő táblázata:

**ANGOL ÉS NÉMET IDEGEN NYELV**

<b>Témakör neve</b>	<b>Javasolt óraszám</b>
<b>Halmazok, matematikai logika</b>	<b>7</b>
<b>Kombinatorika, gráfok</b>	<b>12</b>
<b>Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése</b>	<b>17</b>
<b>Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus</b>	<b>15</b>
<b>Exponenciális folyamatok vizsgálata</b>	<b>15</b>
<b>Sorozatok</b>	<b>22</b>
<b>Trigonometria</b>	<b>17</b>
<b>Térgeometria</b>	<b>25</b>
<b>Koordinátageometria</b>	<b>17</b>
<b>Leíró statisztika</b>	<b>15</b>
<b>Valószínűség-számítás</b>	<b>20</b>
<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>50</b>
<b>Összes óraszám:</b>	<b>232</b>

## **Témakör: Halmazok, matematikai logika**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;  
megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;  
tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül

Logikai kifejezések megfelelő használata

Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása

Stratégiai és logikai játékok

### **Fogalmak**

logikai műveletek

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével

Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül

Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”

Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok

Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

## **Témakör: Kombinatorika, gráfok**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;

a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;

a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;

konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása

A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása

Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül

A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

## **Fogalmak**

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Anagramma készítése a tanulók neveiből

A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása

A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével

Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése

Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátssza, a tapasztalatok összegyűjtése

## **Témakör: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;

összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;

meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;

ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;

érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;

ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;

ismer példákat irracionális számokra.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezősz felbontásból

Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása

Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)

Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben

Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata

A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig

Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete

Példák irracionális számokra

Számhalmazok műveleti zártsága

## **Fogalmak**

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása

Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények

Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól

Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás

Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

## **Témakör: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;

ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;

képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;

adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Az  $n$ -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása

Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén

Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén

A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén

Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai

A logaritmus értelmezése

Áttérés más alapú logaritmusra

Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

### **Fogalmak**

$n$ -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt

Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában

Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában

Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével

10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel



## **Témakör: Exponenciális folyamatok vizsgálata**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;  
ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;  
a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;  
a kiválasztott modellben megoldja a problémát;  
a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;  
egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi;  
megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban

Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése

Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése

A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása

A kiválasztott modellben a probléma megoldása

A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

### **Fogalmak**

Nincsenek új fogalmak.

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban

Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában

Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

## **Témakör: Sorozatok**

## **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:** ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;

a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;

a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;

ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;

mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

A számsorozat fogalmának ismerete

Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval

Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint

Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege

Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege

A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása

Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában

Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása

Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása

Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

## **Fogalmak**

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat

Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével

A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása

Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

## **Témakör: Trigonometria**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:** ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;  
ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;  
ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;  
alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;  
a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;  
kiszámítja háromszögek területét;  
ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;  
átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense

Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben

Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense

Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei

Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével

Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében

Színusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása

A színusztétel bizonyítása

Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével

A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva

Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

## **Fogalmak**

színusz, koszinusz, tangens, színusztétel, koszinusztétel

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése

Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján

Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

## **Témakör: Térgeometria**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri és alkalmazza a színusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;



ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;

lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;

kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;

ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;

ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

## **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban

A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete

Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete

Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben

A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban

A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben

A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással

Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása

A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

## **Fogalmak**

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölddoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel

A Louvre bejáratként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)

Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén  
Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése mérésel  
A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel mérésel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal  
Projekt munka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

## **Témakör: Koordinátageometria**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;  
ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;  
alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;  
megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;  
koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;  
koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;  
ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;  
egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;  
kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;  
megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;  
felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása  
A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása  
Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában  
Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben  
Adott feltételeknek megfelelő pontthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben  
Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján  
Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái  
Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján  
Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban  
Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján  
Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái  
A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

## **Fogalmak**

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

„Torpedójáték” koordináta-rendszerben

Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével

Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján

Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával

Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában

„Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével

„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

## **Témakör: Leíró statisztika**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;

hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;

ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete

Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése

Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal

Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása

A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések

Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal

Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

## **Fogalmak**

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

## **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre

Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között

A Simpson-paradoxon bemutatása példákon

Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása

Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

## **Témakör: Valószínűség-számítás**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;

ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;

ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;

meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre

Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására

Példák ismerete független és nem független eseményekre

A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása

A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása

Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén

A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban

Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

### **Fogalmak**

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérméssel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában

Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában

Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével

Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása

Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése

Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

